Equations et inéquations du 1° degré

1/ Equation du 1° degré :

a/ Généralités :

Définition : Une équation est une égalité où se trouve un nombre inconnu, noté x.

Exemples :
- $0.5x = 2$
- $0.5x + 2 = 3$
- $0.5x + 2 = -2x + 4$

Définition : Résoudre une équation revient à trouver la ou les valeurs de x pour lesquelles l' égalité est vraie. Ces valeurs sont appelées les solutions de l' équation .

Exemple : 4 est solution de l' équation $0.5x = 2$ car $0.5 \times 4 = 2$. Mais 2 n' est pas solution car $0.5 \times 2 = 1 \neq 2$.

b/ Résolutions :

- équation de type $ax = b$:

Propriété 1 : La solution de l' équation $ax = b$ est : $b \div a$ ou $\frac{b}{a}$.

Preuve : Le nombre x solution de l' équation $ax = b$ est le nombre qui multiplié par a donne b, c' est par définition le quotient $\frac{b}{a}$.

Exemple : La solution de l' équation $0.5x = 2$ est : $2 \div 0.5 = 4$.

-équation de type $ax + b = c$:

Propriété 2 : Si $a = b$ alors $a + c = b + c$

Exemple de résolution : $0.5x + 2 = 3$

En utilisant la propriété 2 et en enlevant 2 aux deux membres alors : $0.5x + 2 - 2 = 3 - 2$

D' où : $0.5x = 1$ et on obtient une équation du type précédent $ax = b$.

En fin : $x = 1 \div 0.5 = 2$.

La solution est 2.

-équation de type $ax + b = cx + d$:

Le principe est de se ramener à l' équation précédente en utilisant les techniques algébriques précédentes, plus précisément en regroupant tous les termes en x d' un côté et tous les nombres de l' autre.

Exemple de résolution : $0.5x + 2 = -2x + 4$

On va regrouper les nombres à droite en enlevant 2 aux deux membres :

$$0.5x + 2 - 2 = -2x + 4 - 2$$

D' où : $0.5x = -2x + 2$

On va regrouper les termes en x à gauche en ajoutant $2x$ aux deux membres :

$$0.5x+2x=-2x+2+2x$$

On obtient un équation de type $ax=b$:

$$2.5x=2$$

Ainsi : $x=2\div 2.5=0.8$

La solution est donc 0.8 .

2/ Inéquation du 1° degré :

a/ Généralités :

Définition : Une inéquation est une inégalité où se trouve un nombre inconnu, noté x.

Exemples : $0.5x\leq 2$

$0.5x+2\geq 0$

$0.5x+2\leq -2x+4$

Définition : Résoudre une inéquation revient à trouver les valeurs de x pour lesquelles l' inégalité est vraie. Ces valeurs sont appelées les solutions de l' équation .

Exemples : 3 est solution de l' inéquation $0.5x\leq 2$ car $0.5\times 3=1.5\leq 2$.

2 est solution de l' inéquation $0.5x\leq 2$ car $0.5\times 2=1\leq 2$.

Comment faire pour trouver tous les nombres solutions ? Il faut pour cela la propriété suivante :

Propriété : Si $a\leq b$ et c un nombre positif alors $a\times c\leq b\times c$ et $a\div c\leq b\div c$.

Si $a\leq b$ et c un nombre négatif alors $a\times c\geq b\times c$ et $a\div c\geq b\div c$.

Pour résoudre une inéquation on utilise le même principe que pour les équations.

Exemples de résolution :

- $0.5x\leq 2$ On divise par 0.5 qui est positif (l' inégalité ne change pas) :
  $x\leq 2\div 0.5$ c' est à dire $x\leq 4$.

Les solutions sont tous les nombres inférieurs ou égaux à 4.

- $0.5x+2\geq 0$ On soustrait 2 aux deux membres de l' inégalité : $0.5x+2-2\geq 0-2$ c' est à dire
  $0.5x\geq -2$

En divisant par 0.5 on a :

$x\geq -2\div 0.5$ C' est à dire

$x\geq -4$.

Les solutions sont tous les nombres supérieurs ou égaux à -4.

- $0.5x+2\leq -2x+4$ On soustrait 2 aux deux membres de l' inégalité $0.5x+2-2\leq -2x+4-2$
  $0.5x\leq -2x+2$ On regroupe les termes en x en ajoutant $2x$ $0.5x+2x\leq -2x+2+2x$
  $2.5x\leq 2$ On divise par 2.5 qui est positif $x\leq 2\div 2.5$ ou $x\leq 0.8$

Les solutions sont tous les nombres inférieurs ou égaux à 0.8.